第7卷第3期
1995年9月

湖 泊 科 学
JOURNAL OF LAKE SCIENCES

Vol. 7, No. 3
Sep., 1995

# 论水库的三角洲淤积(二)*

韩 其 为
(水利水电科学研究院，北京 100044)

**提要** 根据不平衡输沙方程，论证了水库淤积的三角洲趋向性。用水库淤积与河床演变通用数学模型对水库淤积过程进行了"试验"，得到了典型三角洲的形成与发展的全过程。据此对于已形成三角洲的水库，利用非均匀悬移质不平衡输沙理论，推导了一整套三角洲形态特征的理论表达式，包括三角洲淤积百分数、前坡淤积百分数、洲面线方程、水面线方程、前坡长度、洲面和前坡淤积物级配及各特征断面的悬移质级配。阐述了三角洲推进的定量方程和三角洲形成的条件，包括水库淤积百分数及水位变幅。对三角洲的形成、形态特征、推进及转化作了较全面和系统的定量分析。

**关键词** 水库三角洲 淤积沿程分布 顶坡纵剖面 悬移质 前坡

## 5 洲面段的水力因素

前面已经指出，在三角洲的洲面段(从悬移质的挟沙能力饱和点开始至三角洲的顶点)泥沙沿程淤积是较均匀的，淤积厚度接近于常数。从这一点出发，可近似分析洲面线及洲面段水力泥沙因素的沿程变化。

由于洲面段很长，淤积量只占整个三角洲淤积量一小部分，因而淤积厚度是很薄的(图11)，不平衡输沙的程度，即 $S-S^*$ 差值很小。这样，在计算时可以用挟沙能力代替含沙量。但是对于整个洲面段仍然是不平衡输沙，表现出含沙量沿程减少，级配沿程变细。所以用挟沙能力代替含沙量只是从近似计算角度考虑，并不意味着在物理上用平衡输沙来代替不平衡输沙。当然所指的这种情形可以称为准平衡，即在每个断面是接近平衡的，但是对于不同的断面是不平衡的。

根据洲面段在一定时期淤积很薄，而且较均匀的特性，可以近似地认为：

$$S = S_0 - \frac{S_0 - S_1}{L_1}x \tag{17}$$

式中，$S_0$ 为进库(起淤点)的含沙量；$S_1$ 为三角洲顶点处的含沙量；$L_1$ 为洲面长度；$S$ 为距进口断面(起淤点)$x$ 处的含沙量。根据悬移质级配分选曲线，平均沉速 $\omega$ 与淤积百分数 $\lambda$ 的关系，在淤积的最初一段接近于直线关系(图12)，即：

---

* 《论水库的三角洲淤积(一)》载《湖泊科学》1995年7卷2期107～118页。

收稿日期：1994年7月8日；接受日期：1994年10月17日。

作者简介：韩其为，男，1933年生，教授级高工、博士生导师。主要从事泥沙运动理论、水库淤积、河床演变研究。著有《泥沙运动统计理论》，发表论文90余篇。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\omega = \omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{\lambda_1}\lambda \tag{18}$$

式中，脚标"0"及"1"表示起淤点及顶点处的值，$\lambda_1$ 表示洲面淤积百分数，即：

$$\lambda_1 = \frac{S_0 - S_1}{S_0} \tag{19}$$

注意到公式(17)，则(18)式可改写为：

$$\omega = \omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega_1}{L_1} x \tag{20}$$

另一方面，由河相系数 $\xi = \sqrt{B}/h$ 及挟沙能力公式

$$S^* = k\left(\frac{V^3}{gh\omega}\right)^m = k\left(\frac{Q^3}{gh^4B^3\omega}\right)^m = k\left(\frac{Q^3}{gh^{10}\xi^6\omega}\right)^m \tag{21}$$

得起淤点(水深恰为平衡水深 $h_k$)的关系为：

$$S_0 = k\left(\frac{Q^3}{gh_k^{10}\xi^6\omega_0}\right)^m$$

此处 $Q$ 为流量，$B$ 为水面宽度。在河相系数 $\xi$ 沿程不变的条件下将上式与(21)式比较，有：

$$h = h_k \cdot \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{1/10} \cdot \left(\frac{S_0}{S}\right)^{1/10m} \tag{22}$$

将(17)及(20)式代入并近似地取 $m=1$，得：

$$h = h_k \cdot \left[\left(1 - \mu_1 \frac{x}{L_1}\right) \cdot \left(1 - \lambda_1 \frac{x}{L_1}\right)\right]^{-1/10} \tag{23}$$

其中

$$\mu_1 = \frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0} \tag{24}$$

(23)式反映了洲面水深的沿程变化。

当 $x=0$ 时，$h=h_k$；当 $x=L_1$ 时，三角洲顶点水深(图 11)为：

$$h_1 = h_k \cdot \left[(1 - \mu_1) \cdot (1 - \lambda_1)\right]^{-1/10} \tag{25}$$

由于 $\mu_1$、$\lambda_1$ 均较 1 小很多，故将(23)式分别展开再相乘得：

$$h = h_k \cdot \left[1 + \frac{\mu_1 + \lambda_1}{10} \cdot \frac{x}{L_1} + \frac{\mu_1\lambda_1}{100}\left(\frac{x}{L_1}\right)^2\right] \tag{26}$$

对于常见的情况，$\lambda_1$ 约为 0.16～0.26，$\mu_1$ 约为 0.2～0.6，故取 $h_1 \approx 1.1$，常具有足够的准确程度。这和文献中建议的经验数据是符合的①。

在洲面段，水流可以视为准均匀流，亦即在某个断面可按均匀流计算，但对于不同断面则不是均匀流。此时由均匀流公式

$$\frac{Q}{\xi^2h^3} = \frac{Q}{Bh} = V = C\sqrt{hJ} \tag{27}$$

得到起淤点的关系为：

$$\frac{Q}{\xi^2h_k^3} = C\sqrt{h_kJ_k}$$

式中，$J$ 为水面坡降；$J_k$ 为平衡坡降；$C$ 为谢才系数。比较上式和(27)式得：

① 韩其为。不平衡输沙成果在水库淤积中的应用。长江水利水电科学院，1971。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$J=-\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}x}=J_k\left(\frac{h_k}{h}\right)^7 \tag{28}$$

将(23)式代入，则有：

$$J=J_k\cdot\left[(1-\mu_1\frac{x}{L_1})\cdot(1-\lambda_1\frac{x}{L_1})\right]^{7/10} \tag{29}$$

将其分别展开，考虑到$\frac{7}{10}\mu_1\frac{x}{L_1}$和$\frac{7}{10}\lambda_1\frac{x}{L_1}$远小于1，只取到2次项，然后相乘得：

$$-\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}x}=J=J_k\cdot\left[1-\frac{7}{10}(\mu_1+\lambda_1)\frac{x}{L_1}+\frac{49}{100}\mu_1\lambda_1\left(\frac{x}{L_1}\right)^2\right] \tag{30}$$

这就是洲面段水面坡降的公式。从该式看出，在起淤点，$x=0$，$J=J_k$；在顶点，$x=L_1$，

$$J_1=J_k\cdot\left[1-\frac{7}{10}(\mu_1+\lambda_1)+\frac{49}{100}\mu_1\lambda_1\right] \tag{31}$$

在$x=x_0$，$H=H_0$的条件下(图11)，积分(30)式，得到水面线的方程为：

$$H_0-H=J_kL_1\cdot\left[\frac{x}{L_1}-\frac{7}{20}(\mu_1+\lambda_1)\cdot\left(\frac{x}{L_1}\right)^2+\frac{49}{300}\mu_1\lambda_1\left(\frac{x}{L_1}\right)^3\right] \tag{32}$$

系一3次多项式。另一方面由于

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}x}=-J<0$$

说明水面随$x$逐渐降低，而且由于

$$\frac{\mathrm{d}J}{\mathrm{d}x}=-\frac{7}{10}(\mu_1+\lambda_1)\frac{1}{L_1}+\frac{98}{100}\mu_1\lambda_1\frac{x}{L_1^2}<0 \tag{33}$$

故坡降是从起淤点的$J=J_k$，单调减少至顶点$J=J_1$，水面线是向上凹的壅水曲线。注意到

$$-\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}x}=-\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}x}+\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} \tag{34}$$

及(26)、(30)式，则洲面坡降(河底坡降)为：

$$\begin{aligned}J_z=-\frac{\mathrm{d}Z}{\mathrm{d}x}&=J_k\cdot\left[1-\frac{7}{10}(\mu_1+\lambda_1)\frac{x}{L_1}+\frac{49}{100}\mu_1\lambda_1\left(\frac{x}{L_1}\right)^2\right]\\&+\frac{h_k}{10L_1}\cdot\left[(\mu_1+\lambda_1)+\frac{\mu_1\lambda_1}{5}\cdot\frac{x}{L_1}\right]\end{aligned} \tag{35}$$

在$x=0$，$Z=Z_0$的条件下(图11)，积分上式，得到洲面线的方程为：

$$\begin{aligned}Z_0-Z&=J_kL_1\cdot\left[\frac{x}{L_1}-\frac{7}{20}(\mu_1+\lambda_1)\cdot\left(\frac{x}{L_1}\right)^2+\frac{49}{300}\mu_1\lambda_1\left(\frac{x}{L_1}\right)^3\right]\\&+\frac{h_k}{10}\cdot\left[(\mu_1+\lambda_1)\frac{x}{L_1}+\frac{\mu_1\lambda_1}{10}\left(\frac{x}{L_1}\right)^2\right]\end{aligned} \tag{36}$$

由(35)式知，当$x=0$时，

$$J_{z\cdot0}=J_k+\frac{h_k}{10L_1}(\mu_1+\lambda_1)>J_k \tag{37}$$

当$x=L_1$时，

$$\begin{aligned}J_{z\cdot1}&=J_k\cdot\left[1-\frac{7}{10}(\mu_1+\lambda_1)+\frac{49}{100}\mu_1\lambda_1\right]+\frac{h_k}{10L_1}\cdot\left[(\mu_1+\lambda_1)+\frac{\mu_1\lambda_1}{5}\right]\\&=J_1+\frac{h_k}{10L_1}\cdot\left[(\mu_1+\lambda_1)+\frac{\mu_1\lambda_1}{5}\right]>J_1\end{aligned} \tag{38}$$

不仅如此，而且对任何$x$均有

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$J_Z = J + \frac{h_k}{10L} \cdot \left[(\mu_1 + \lambda_1) + \frac{\mu_1\lambda_1}{5} \cdot \frac{x}{L}\right] > J \tag{39}$$

可见洲面坡降恒大于水面坡降。值得注意的是，在起淤点洲面坡降大于平衡坡降。注意到$\frac{dh}{dx}$较之水面坡降 $J$ 是很小的，故 $J_Z$ 仍随着 $x$ 单调递减，洲面线也是上凹的曲线。

当 $x=L_1$ 时，由公式(32)得到洲面段平均水面坡降为：

$$\overline{J}_1 = \frac{H_0 - H_1}{L_1} = J_k \cdot \left[1 - \frac{7}{20}(\mu_1 + \lambda_1) + \frac{49}{300}\mu_1\lambda_1\right] \tag{40}$$

可以看出，它明显小于 $J_k$。另一方面，当 $x=L_1$ 时，由公式(36)给出洲面段平均洲面坡降

$$\overline{J}_{Z\cdot 1} = \frac{Z_0 - Z_1}{L_1} = \overline{J}_1 + \frac{h_k}{10L_1} \cdot \left[(\mu_1 + \lambda_1) + \frac{\mu_1\lambda_1}{10}\right] \tag{41}$$

由(41)式减去(40)式，有：

$$\frac{h_k}{10} \cdot \left[(\mu_1 + \lambda_1) + \frac{\mu_1\lambda_1}{10}\right] = h_1 - h_k \tag{42}$$

前面已指出，在洲面段顶点水深 $h_1$ 与平衡水深 $h_k$ 之差是很小的，因此$\frac{h_1 - h_k}{L_1}$较之 $\overline{J}$ 常可以忽略。此时不论从公式(40)及公式(41)，都得到洲面段平均水面坡降及平均洲面坡降均明显小于平衡坡降。以往认为洲面坡降等于平衡坡降的观点①,②,[1,2]，看来是没有根据的。其实，由于洲面段尚处在淤积状态(尽管淤积缓慢)，从直观看，其坡降是达不到平衡坡降的。

此外，由于 $\mu_1<1$，$\lambda_1<1$，故$\frac{\mu_1\lambda_1}{100}$远小于$\frac{\mu_1+\lambda_1}{100}$，此时(26)式能够准确地用

$$h = h_k \cdot \left[1 + \frac{1}{10}(\mu_1 + \lambda_1)\frac{x}{L_1}\right] = h_k + \frac{h_1 - h_k}{L_1}x \tag{43}$$

来代替。同时(35)、(36)、(41)等式可以相应地简化为：

$$J_Z = -\frac{dZ}{dx} = J_k \cdot \left[1 - \frac{7}{10}(\mu_1 + \mu_2)\frac{x}{L_1} + \frac{49}{100}\mu_1\lambda_1\left(\frac{x}{L_1}\right)^2\right] + \frac{h_1 - h_k}{L_1} \tag{44}$$

$$Z_0 - Z = J_k L_1 \cdot \left[\frac{x}{L_1} - \frac{7}{20}(\mu_1 + \lambda_1) \cdot \left(\frac{x}{L_1}\right)^2 + \frac{49}{300}\mu_1\lambda_1\left(\frac{x}{L_1}\right)^3\right] + \frac{h_1 - h_k}{L_1}x \tag{45}$$

$$\overline{J}_Z = J_k \cdot \left[1 - \frac{7}{20}(\mu_1 + \lambda_1) + \frac{49}{300}\mu_1\lambda_1\right] + \frac{h_1 - h_k}{L_1} \tag{46}$$

## 6 洲面长、前坡长及级配

根据上面的讨论，只要知道了洲面淤积百分数 $\lambda_1$ 和三角洲顶点的位置(或者知道了洲面段的长度和坝前水位)，即可确定 $\mu_1$、$h_1$、$L_1$，以及洲面线和水面线等。至于由三角洲顶点求洲面长，则应按下述方法进行。

设已知三角洲顶点位置(如图 13 中的 $B_2$ 点)，则洲面长度 $L_1$ 应满足：

$$\Delta Z_{1\cdot 0} + \Delta Z_1 = J_0 L_1$$

① 焦恩泽。水库淤积形态的商榷。黄河泥沙研究报告选编(第四辑)。1980:229～243。
② 韩其为。不平衡输沙成果在水库淤积中的应用。长江水利水电科学院，1971。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

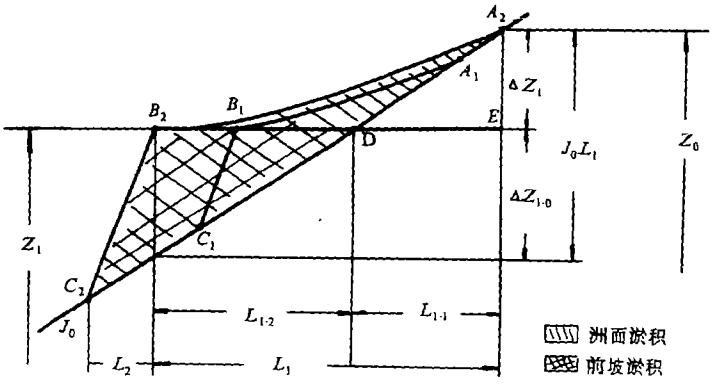


图 13　三角洲各参数的关系

Fig. 13　Relations among delta parameters

此外,我们有由(41)式得到的关系

$$\Delta Z_1 = L_1\overline{J}_z$$

联解两者,遂有:

$$L_1 = \frac{\Delta Z_{1\cdot0}}{J_0 - \overline{J}_z} \tag{47}$$

可见知道了顶点的位置(横坐标及 $Z_1$),则 $\Delta Z_{1\cdot0}$ 即已知,这样便可求出洲面长 $L_1$,因而能够定出起淤点 $A_2$。

现在求前坡长度。挟沙水流经过三角洲顶点后,由于水深迅速加大,泥沙大量落淤,致使在远较洲面段为短的前坡段,其淤积量常常占整个三角洲淤积的大部分,从图 13 可明显看出前坡淤积量大于洲面淤积量。前坡淤积的实质是在很短的长度内,淤下经过洲面淤积后剩下的应淤在三角洲的泥沙,从而使水流中仅剩下一些非常细的颗粒,为形成异重流提供条件。因此前坡长度应恰为淤下相应的这一部分泥沙所需的长度。

由公式(13),设前坡长为 $L_2$(图 13),前坡脚的含沙量为 $S_2$,则有:

$$S_2 = S_1\sum_{l=1}^{n}P_{4\cdot l\cdot1}\frac{q}{\alpha\omega_l L_2}\left[1 - \exp\left(\frac{-\alpha\omega_l L_2}{q}\right)\right] \tag{48}$$

可见只要知道顶点处的含沙量 $S_1$,级配 $P_{4\cdot l\cdot1}$ 和前坡脚的含沙量 $S_2$,以及单宽流量,则由上式即可确定 $L_2$。另一方面,含沙量 $S_1$、$S_2$ 与三角洲淤积百分数 $\lambda_\triangle$、洲面淤积百分数 $\lambda_1$ 的关系为:

$$S_1 = (1 - \lambda_1)S_0 \tag{49}$$

$$S_2 = (1 - \lambda_\triangle)S_0 \tag{50}$$

至于顶点级配 $P_{4\cdot l\cdot1}$,只要知道进库级配及淤积百分数,便可按后面公式算出;所以只要知道进库含沙量和级配,以及 $\lambda_1$、$\lambda_\triangle$,则前坡长度即可确定。

三角洲顶点悬移质级配 $P_{4\cdot l\cdot1}$ 及前坡脚的悬移质级配 $P_{4\cdot l\cdot2}$,按照淤积时不平衡输沙悬移质级配变化公式[3],有:

$$P_{4\cdot l\cdot1} = P_{4\cdot l\cdot0}(1 - \lambda_1)^{\omega_l/\omega_m - 1} \tag{51}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$P_{4\cdot i\cdot 2} = P_{4\cdot i\cdot 0}(1-\lambda_{\triangle})^{a_i/a_n-1} \tag{52}$$

其次洲面段淤积物级配为：

$$P_{1\cdot i\cdot 1} = \frac{1}{\lambda_1}\cdot[P_{4\cdot i\cdot 0}-(1-\lambda_1)P_{4\cdot i\cdot 1}] = \frac{P_{4\cdot i\cdot 0}}{\lambda_1}\cdot[1-(1-\lambda_1)^{a_i/a_n}] \tag{53}$$

前坡段淤积物级配为：

$$P_{1\cdot i\cdot 2} = \frac{1-\lambda_1}{\lambda_{\triangle}-\lambda_1}\cdot\left(P_{4\cdot i\cdot 1}-\frac{1-\lambda_{\triangle}}{1-\lambda_1}\cdot P_{4\cdot i\cdot 2}\right) \tag{54}$$

此处$\frac{\lambda_{\triangle}-\lambda_1}{1-\lambda_1}$为前坡段淤积占顶点来沙的百分数。

## 7 三角洲淤积量及洲面淤积百分数

为了阐明三角洲淤积量及形态之间的实质性关系，这里仍讨论典型的二维情况。

先计算洲面淤积量，如图13所示，洲面淤积量$W_1$为：

$$W_1 = \int_0^{L_1}(Z-Z_1)B\mathrm{d}x - \frac{\Delta Z_1{}^2B}{2J_0} \tag{55}$$

此处$\frac{\Delta Z_1{}^2B}{2J_0}$为对应于图13中的三角形$A_2DE$的体积。将上式略加改变，并注意到(45)式，且略去该式的微小项$(h_1-h_k)\frac{x}{L}$后，有：

$$\begin{aligned}W_1 &= \int_0^{L_1}[(Z_0-Z_1)-(Z_0-Z)]B\mathrm{d}x - \frac{\Delta Z_1{}^2B}{2J_0}\\ &= (Z_0-Z_1)BL_1 - \frac{\Delta Z_1{}^2B}{2J_0} - J_kL_1{}^2B\cdot\left[\frac{1}{2}-\frac{7}{60}(\mu_1+\lambda_1)+\frac{49}{1200}\mu_1\lambda_1\right]\end{aligned} \tag{56}$$

另一方面，当$x=L_1$时，略去上述微小项的(45)式给出：

$$Z_0-Z_1 = J_kL_1\cdot\left[1-\frac{7}{20}(\mu_1+\lambda_1)+\frac{49}{300}\mu_1\lambda_1\right] \tag{57}$$

如令

$$m_1 = 1-\frac{7}{20}(\mu_1+\lambda_1)+\frac{49}{300}\mu_1\lambda_1 \tag{58}$$

$$m_2 = \frac{1}{2}-\frac{7}{60}(\mu_1+\lambda_1)+\frac{49}{1200}\mu_1\lambda_1 \tag{59}$$

则注意到$\Delta Z_1=Z_0-Z_1$之后，则(56)式可写成：

$$W_1 = J_kL_1{}^2B\cdot(m_1-m_2-\frac{J_k}{2J_0}m_1{}^2) \tag{60}$$

前坡淤积量$W_2$为：

$$W_2 = \frac{1}{2}(L_{1\cdot 2}+L_2)\cdot J_0L_{1\cdot 2}B$$

注意到

$$L_{1\cdot 2} = L_1-\frac{\Delta Z_1}{J_0} = L_1-m_1\frac{J_k}{J_0}L_1 = L_1\cdot(1-m_1\frac{J_k}{J_0}) \tag{61}$$

则有

$$W_2 = \frac{J_0B}{2}\cdot\left[(1-m_1\frac{J_k}{J_0})\cdot L_1+L_2\right]\cdot(1-m_1\frac{J_k}{J_0})L_1 \tag{62}$$

将(60)式与(62)式相加，即得到三角洲总淤积体积

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$W = W_1 + W_2 = J_k L_1^2 B \cdot \left\{ \left[ m_1 - \frac{m_1^2}{2} \cdot \frac{J_k}{J_0} - m_2 \right] + \frac{J_0}{2J_k}\left(1 - m_1 \frac{J_k}{J_0}\right) \cdot \left[ \frac{L_2}{L_1} + \left(1 - m_1 \frac{J_k}{J_0}\right) \right] \right\} \tag{63}$$

令

$$m_1 - \frac{m_1^2}{2} \cdot \frac{J_k}{J_0} - m_2 = \Phi_1\left(m_1, m_2, \frac{J_k}{J_0}\right) \tag{64}$$

$$\frac{J_0}{2J_k}\left(1 - m_1 \frac{J_k}{J_0}\right) \cdot \left[ \frac{L_2}{L_1} + \left(1 - m_1 \frac{J_k}{J_0}\right) \right] = \Phi_2\left(m_1, \frac{J_k}{J_0}, \frac{L_2}{L_1}\right) \tag{65}$$

则(63)式可简写成：

$$W = J_k L_1^2 B \cdot (\Phi_1 + \Phi_2) \tag{66}$$

这样洲面淤积占三角洲淤积百分数 $\lambda_1'$ 为：

$$\lambda_1' = \frac{W_1}{W} = \frac{\Phi_1}{\Phi_1 + \Phi_2} = \Phi_3\left(m_1, m_2, \frac{J_k}{J_0}, \frac{L_2}{L_1}\right) \tag{67}$$

而洲面淤积占进库沙量百分数 $\lambda_1$(即洲面淤积百分数)为：

$$\lambda_1 = \frac{W_1}{W/\lambda_\triangle} = \lambda_\triangle \frac{\Phi_1}{\Phi_1 + \Phi_2} = \lambda_\triangle \Phi_3\left(\lambda_1, \mu_1, \frac{J_k}{J_0}\right) \tag{68}$$

由(65)式知，当三角洲有一定长度后，$\frac{L_2}{L_1}$ 较之 1 常可以忽略，故 $\Phi_2$、$\Phi_3$ 等实际与 $\frac{L_2}{L_1}$ 无关。此时洲面淤积百分数 $\lambda_1$ 将只被进库级配(由 $\mu_1$ 反映)，$\frac{J_k}{J_0}$ 完全确定，也就是说，此时对于一个确定的水库，$\lambda_1$ 为常数，并且可由(68)式试算出。

上述有关三角洲的形态特征(包括三角洲淤积百分数，洲面线，前坡长，以及洲面淤积百分数等)的公式和确定方法，罗敏逊曾用官厅水库和青铜峡水库的资料进行了检验①，结果基本符合实际。在前文图 1 中，绘出了他验证的官厅水库的洲面线资料，可见结果是令人满意的。

## 8　三角洲的推进

三角洲的推进，包括三个方面：前坡向坝前的推移、洲面的抬高和淤积末端(起淤点)的后退。这三方面的推进，可分别用图 13 中的 $L_{1\cdot 2}$、$L_{1\cdot 1}$ 以及 $\Delta Z_1$ 来表示。现在研究这三方面推进的速度。由(66)式知，三角洲洲面长度为：

$$L_1 = \sqrt{\frac{W}{J_k B(\Phi_1 + \Phi_2)}} \tag{69}$$

我们知道三角洲淤积量

$$W = \frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1} t}{\gamma_s'} \tag{70}$$

其中，$W_{s\cdot 1}$ 为以重量计的年平均来沙量；$t$ 为以年计的时间；$\gamma_s'$ 为洲面淤积物干容重。

将(70)式代入(69)式后得：

① 罗敏逊。水库淤积三角洲及其计算方法。长江水利水电科学研究院，1977。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$L_1 = \sqrt{\frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1} t}{J_k B(\Phi_1 + \Phi_2)\gamma_s'}} \tag{71}$$

另一方面由图 13 及(57)、(58)式有：

$$L_{1\cdot 1} = \frac{\Delta Z_1}{J_0} = \frac{Z_0 - Z_1}{J_0} = \frac{m_1 J_k L_1}{J_0} = \frac{m_1 J_k}{J_0}\sqrt{\frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1} t}{J_k B(\Phi_1 + \Phi_2)\gamma_s'}} \tag{72}$$

而

$$L_{1\cdot 2} = L_1 - L_{1\cdot 1} = L_1(1 - m_1\frac{J_k}{J_0}) = (1 - m_1\frac{J_k}{J_0})\sqrt{\frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1} t}{J_k B(\Phi_1 + \Phi_2)\gamma_s'}} \tag{73}$$

$$\Delta Z_1 = m_1 J_k L_1 = m_1 J_k \sqrt{\frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1} t}{J_k B(\Phi_1 + \Phi_2)\gamma_s'}} \tag{74}$$

前面指出，当三角洲有一定长度后，$\Phi_1$、$\Phi_2$ 只取决于进库级配和$\frac{J_k}{J_0}$，可看成与 $t$、$L_1$ 无关的常数，故式(71)表明，洲面长度与淤积时间 $t$ 的平方根成正比。就(71)～(74)式对 $t$ 微分得：

$$V_{L_1} = \frac{dL_1}{dt} = \sqrt{\frac{\lambda_\triangle W_1}{J_k B(\Phi_1 + \Phi_2)\gamma_s'}}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{L_1}{2t} \tag{75}$$

$$V_{L_{1\cdot 1}} = \frac{dL_{1\cdot 1}}{dt} = \frac{m_1 J_k}{J_0}\frac{dL_1}{dt} = \frac{1}{2}\frac{L_{1\cdot 1}}{t} = \frac{m_1 J_k}{2J_0}\cdot\frac{L_1}{t} \tag{76}$$

$$V_{L_{1\cdot 2}} = \frac{dL_{1\cdot 2}}{dt} = (1 - m_1\frac{J_k}{J_0})\frac{dL_1}{dt} = \frac{1}{2}\frac{L_{1\cdot 2}}{t} = \frac{1}{2}(1 - m_1\frac{J_k}{J_0})\frac{L_1}{t} \tag{77}$$

$$V_{\Delta Z_1} = \frac{d\Delta Z_1}{dt} = \frac{m_1 J_k}{2}\frac{dL_1}{dt} = \frac{1}{2}\frac{\Delta Z_1}{t} = \frac{m_1 J_k}{2}\cdot\frac{L_1}{t} \tag{78}$$

此处 $V_{L_1}$表示 $L_1$ 增长的速度，余类推。从上述各式可以看出，前坡向坝前推进的速度 $V_{L_{1\cdot 1}}$，洲面抬高速度 $V_{\Delta Z_1}$，以及淤积后退速度 $V_{L_{1\cdot 2}}$等，均与三角洲洲面伸长速度$\frac{dL_1}{dt}$成正比。当三角洲停止伸长，即$\frac{dL_1}{dt}=0$，则其他三方面的速度亦为 0，停止前进。式(75)～(78)表明了三角洲向三个方向的推进速度是密切相关的。当然在速度的数值上彼此有一些差别，其中 $V_{L_{1\cdot 2}}$、$V_{L_{1\cdot 1}}$均小于 $V_{L_1}$，而 $V_{\Delta Z_1}$则远小于 $V_{L_1}$。

需要强调的是，当三角洲顶点到达坝前后，此时$\frac{dL_{1\cdot 2}}{dt}=0$，是正确的；但是只要在水库淤积未达平衡前，则淤积后退与升高，却并不为 0，因此，$\frac{dL_1}{dt}$、$\frac{dL_{1\cdot 1}}{dt}$、$\frac{d\Delta Z_1}{dt}$均不应为 0。原因是此时的淤积已不属于三角洲淤积，公式(75)、(76)、(78)等均不再适用了。

## 9 三角洲的形成条件

影响三角洲趋向性变为现实的关键因素是坝前水位变幅、水库长度和壅水程度。如果坝前水位变幅大，使淤积部位上提下挫的幅度很大，甚至大量搬走前期淤积物，这显然会破坏淤积的集中和三角洲的趋向性。反之，坝前水位稳定，三角洲就有可能出现。水库长度和壅水程度是使应该淤在三角洲上的泥沙能够在距坝一定距离的地方淤下，也就是使三角洲的前坡能在距坝一定距离的地方出现，而显出淤积体的明显三角洲外形。否则，或因水库太短

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(小河上的水库)，或因壅水程度不高(滞洪水库)，致使整个水库淤积百分数，小于三角洲淤积百分数，而在水库中不出现前坡，从而形成锥形淤积体。

从上述认识出发，一些研究者提出了以坝前水位变幅和库容为参数的判别水库是否出现三角洲的经验判别关系①,②,[4]。这些经验判别法，虽然能够得出一个具体标准，有一个明确结果，具有一定的实用性，但由于缺乏理论根据，加上引用的实际资料的局限性，常常不能令人信服地为人接受，在实践中也难以得到满意的答案。

从理论上讲，水库淤积泥沙多少的条件，可以按是否能淤下三角洲淤积百分数来表示。不能淤下的水库就会形成锥体；能淤下的水库则只能形成带状和三角洲。由于水库长度、壅水程度、水库形状、来沙粗细以及单宽流量的大小，都会影响水库的淤积百分数，因而采用这个条件就可以间接反映这些因素对水库淤积形态的综合影响，从而较之只考虑单一因素如相对库容(相对来沙的库容)要全面得多。这样我们提出形成三角洲的必要条件为：

$$\lambda > \lambda_{\triangle} \tag{79}$$

至于坝前水位的变幅可以这样考虑。如图 14，设原来已经形成的三角洲为 $A_1B_1C_1$，现在由于坝前水位发生变化，淤积体积也要相应地发生变化，此时分两种情况。一种是坝前水位上升，三角洲顶点移至 $B_3$，而在原来淤积的洲面上覆盖了一段，这一段仍为洲面外形，而在 $B_3$ 点以下的前坡段，则表现有所起伏。如果 $B_3$ 与 $B_1$ 纵向位置相近，一般说此时的三角洲外形不易被明显破坏，但是前坡段不够典型。如欲使三角洲典型，$B_3$ 的纵向位置应等于或大于 $B_1$。另一种是坝前水位下降，理想的三角洲顶点移至 $B_2$，此时原来的洲面将遭到冲刷。如果坝前水位下降幅度不大，使由原三角洲冲刷下移的泥沙和新淤积的泥沙能足够铺满 $A_2B_2C_2$，此时三角洲典型。

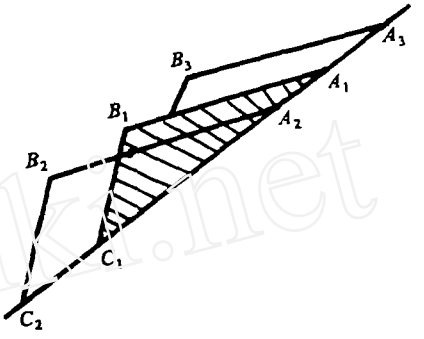


图 14　坝前水位升降时三角洲淤积的变化示意图

Fig. 14　Sketch of delta deposit variation during up and down of water elevation at dam site

根据上述看法，可以得出在年内(也可以考虑几年内)三角洲外形能够维持的水位变幅。如图 15，设原来的三角洲为 $ABC$，由于坝前水位升高 $\Delta H_*$，则三角洲洲面基本上是平行抬高，其泥沙淤积体积为 $A_1B_1BA$，平均淤积厚度为 $\Delta Z$，设年内水位对于平均水位的变幅为 $\Delta H = \Delta H_* + \Delta H_L$，其中 $\Delta H_L$ 为水位下降幅度。考虑到各有 1/4 的来沙淤在高水位与低水位，其余 1/2 淤在平均水位，则该时段内的淤积量为 $\frac{\lambda_{\triangle} W_{s\cdot 1}}{4\gamma_s'}$，此值应大于或等于同期洲面淤积量，即：

$$B\left(\Delta Z \cdot L_1 + \frac{1}{2}\Delta Z \cdot \Delta L_1'\right) \leqslant \frac{\lambda_{\triangle} W_{s\cdot 1}}{4\gamma_s'} \tag{80}$$

如果相反，小于洲面淤积量，则新的泥沙淤积物不能覆盖好原有的三角洲，使其外形变态。其次，由图 15 知：

① 焦恩泽。水库淤积形态的商榷。黄河泥沙研究报告选编(第四辑)。1980. 229～243。
② 罗敏逊。水库淤积三角洲及其计算方法。长江水利水电科学研究院，1977。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

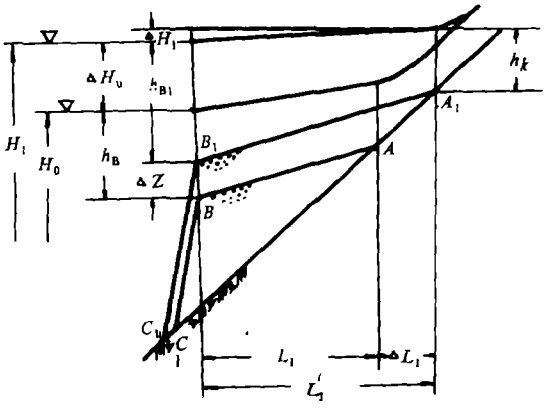


图 15 坝前水位上升时三角洲的变化

Fig. 15 Sketch of delta deposit variation during water elevation increasing at dam site

$$\Delta Z = \Delta L_1'(J_0 - J_k) \tag{81}$$

与(80)式比较后，消去 $\Delta Z$ 后，得到能够复盖原三角洲的 $\Delta L_1'$ 应满足

$$\Delta L_1'(L_1 + \frac{1}{2}\Delta L_1') \leqslant \frac{\lambda_\Delta W_{s\cdot 1}}{4\Delta\gamma_s' B(J_0 - J_k)} \tag{82}$$

$$\Delta L_1' \leqslant \sqrt{L_1^2 + \frac{1}{2}\frac{\lambda_\Delta W_{s\cdot 1}}{\gamma_s' B(J_0 - J_k)}} - L_1 = \Delta L_{1\cdot k}' \tag{83}$$

此处 $\Delta L_{1\cdot k}'$ 表示恰好覆盖原三角洲时所增加三角洲的长度(图 15)。

由于水位升高、洲面回水增强，此时水面线不能用前面提到的典型三角洲公式计算，而宜采用一般推算水面线的曼宁公式，经略加变换后可得到任意断面的坡降：

$$-\frac{dH}{dx} = J = J_k \cdot \left(\frac{h_k}{h}\right)^{10/3} \tag{84}$$

由图 15 知，在起淤点，$x=0, h=h_k$；在新的三角洲顶点

$$x = L_{1\cdot k}' = L_1 + \Delta L_{1\cdot k}'$$

$$h = h_{B\cdot 1} = \Delta H_{s\cdot k} + h_B - \Delta Z_k$$

此处 $\Delta Z_k$，$\Delta H_{s\cdot k}$ 表示恰好覆盖原三角洲的值，即(80)～(83)式等取等号的情况。而当 $\Delta L_1' = \Delta L_{1\cdot k}'$ 时，$Z_k$ 由(81)式给出。设水深在新洲面上仍为直线变化，于是：

$$h = h_k + \frac{\Delta H_{s\cdot k} + h_B - \Delta Z_k - h_k}{L_1'} \cdot x \tag{85}$$

将其代入(84)式遂有：

$$-\frac{dH}{dx} = J = J_k \cdot \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta H_{s\cdot k} + h_B - \Delta Z_k}{h_k} - 1\right) \cdot \frac{x}{L_1'}}\right]^{10/3} \tag{86}$$

在 $x=0$ 至 $x=L_1'$ 间积分上式，遂有：

$$\Delta H_1 = \frac{3}{7}\frac{J_k L_1' h_k}{h_B + \Delta H_{s\cdot k} - \Delta Z - h_k} \cdot \left[1 - \frac{h_k}{h_B + \Delta H_{s\cdot k} - \Delta Z_k}\right]^{7/3} \tag{87}$$

另一方面，由图 15 知，升高后洲面比降，如以原三角洲洲面算，则为：

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$J_1 = \frac{L_1\overline{J}_Z + J_k\Delta L_1'}{L_1'}$$

此处，假定 $AA_1$ 间淤后洲面段坡降为 $J_k$。但是，升高后的洲面，如以淤后水面线算，应为：

$$J_1 = \frac{\Delta H_1 + \Delta H_{n\cdot k} + h_B - \Delta Z_k - h_k}{L_1'} \tag{88}$$

令上述两式相等，并消去 $J_1L_1'$，则得：

$$L_1\overline{J}_Z + J_k\Delta L_1' = \Delta H_1 + \Delta H_{n\cdot k} + h_B - \Delta Z_k - h_k$$

即

$$\Delta H_{n\cdot k} = J_k\Delta L_1' + \overline{J}_Z L_1 + \Delta Z_k + h_k - h_B - \Delta H_1 \tag{89}$$

这样，当已知三角洲的参数及来沙条件后，由公式(83)、(81)($\Delta L_1' = \Delta L_{1\cdot k}'$)先后求出 $\Delta L_{1\cdot k}'$ 及 $\Delta Z_k$ 后，再由(87)、(89)联解可求得 $\Delta H_1$ 和 $\Delta H_{n\cdot k}$。

而在一般条件下由于坝前水位上升 $\Delta H$，三角洲不被破坏的条件为：

$$\Delta H_n \leqslant \Delta H_{n\cdot k}$$

设原来的三角洲为 $A_1B_1C_1$，当水位下降($\Delta H_L$ 取正值或下降的绝对值)后，冲刷以后的三角洲为 $AB_2C_2$(图 16)。而对应于该坝前水位理想的三角洲为 $A_2B_2C_2$。按前述冲刷后的三角洲长度 $L_1'$ 等于 $L_1+\Delta L_1$ 时，且洲面坡降取为 $J_k$。这是因为新的三角洲上段冲刷，坡降大于平衡坡降；下段淤积坡降小于平衡坡降，故取其平均值为 $J_k$。此时冲刷后三角洲的有关要素为：

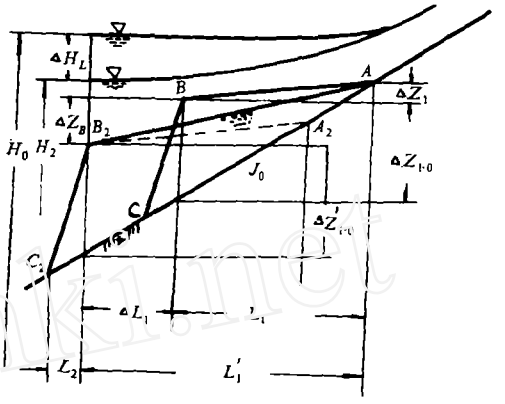


图 16　坝前水位下降时三角洲淤积的变化

Fig. 16　Sketch of delta deposit variation during water elevation decreasing at dam site

$$L_1' = L_1 + \Delta L_1 = \frac{\Delta Z_{1\cdot 0}'}{J_0 - J_k} \tag{90}$$

$$\begin{aligned}\Delta Z_{1\cdot 0}' &= \Delta Z_{1\cdot 0} - \Delta H_L + \Delta L_1 J_0 = L_1(J_0 - \overline{J}_Z) - \Delta H_L + \Delta L_1 J_0 \\ &= L_1'J_0 - (\Delta H_L + L_1 J_2) = L_1'J_0 - (\Delta H_L + L_1\overline{J}_Z)\end{aligned} \tag{91}$$

此处利用了顶点水深 $h_{B\cdot 2} \approx h_B$，故 $\Delta Z_B = \Delta H_L$。新的三角洲体积为：

$$W' = \frac{B}{2}\Delta Z_{1\cdot 0}'L_2 + \frac{B}{2}\Delta Z_{1\cdot 0}'L_1' \tag{92}$$

由(90)与(91)式得：

$$L_1'J_0 - L_1\overline{J}_Z - \Delta H_L = (J_0 - J_k)L_1'$$

即

$$L_1' = \frac{\Delta H_L}{J_k} + \frac{\overline{J}_Z L_1}{J_k} = \frac{1}{J_k}(\Delta H_L + \Delta Z_1) \tag{93}$$

此时(91)式可写为：

$$\Delta Z_{1\cdot 0}' = \left(\frac{J_0}{J_k} - 1\right)\cdot(\Delta H_L + \Delta Z_1) \tag{94}$$

从而有

$$W' = \frac{B}{2}L_2\left(\frac{J_0}{J_k} - 1\right)\cdot(\Delta H_L + \Delta Z_1) + \frac{B}{2}\left(\frac{J_0}{J_k} - 1\right)\frac{1}{J_k}(\Delta H_L + \Delta Z_1)^2 \tag{95}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

与前述理由相仿，当坝前水位下降$\Delta H_L$，此时新增的淤积量$W'$及原三角洲淤积量$W$必须满足：

$$W' \leqslant W + \frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1}}{4\gamma_s'} = J_k L_1^2 B(\Phi_1 + \Phi_2) + \frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1}}{4\gamma_s'} \tag{96}$$

即

$$W' = \frac{B}{2}L_2(\Delta H_L + \Delta Z_1)\cdot(\frac{J_0}{J_k} - 1) + \frac{B}{2}(\frac{J_0}{J_k} - 1)\frac{1}{J_k}(\Delta H_L + \Delta Z_1)^2$$

$$\leqslant J_k L_1^2 B(\Phi_1 + \Phi_2) + \frac{\lambda_\triangle}{4}\frac{W_{s\cdot 1}}{\gamma_s'} \tag{97}$$

可见要使不等式(96)满足，只需

$$\Delta H_L \leqslant \Delta H_{L\cdot k} \tag{98}$$

当(97)式取等号，此时$\Delta H_L = \Delta H_{L\cdot k}$，即$\Delta H_{L\cdot k}$为它的临界值，故：

$$\frac{1}{J_k}(\Delta H_{L\cdot k} + \Delta Z_1)^2 + L_2(\Delta H_{L\cdot k} + \Delta Z_1) - \frac{J_k}{J_0 - J_k}\cdot\left[2J_k L_1^2(\Phi_1 + \Phi_2) + \frac{\lambda_\triangle \Delta W_{s\cdot 1}}{2B\gamma_s'}\right] = 0$$

就$(\Delta H_{L\cdot k} + \Delta Z_1)$解此方程得：

$$\Delta H_{L\cdot k} + \Delta Z_1 = -\frac{J_k L_2}{2} \pm \frac{J_k}{2}\sqrt{L_2^2 + 8\frac{J_k}{J_0 - J_k}L_1^2(\Phi_1 + \Phi_2) + 2\frac{J_k}{J_0 - J_k}\frac{1}{J_k}\frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1}}{B\gamma_s'}}$$

考虑到

$$\Delta H_{L\cdot k} + \Delta Z_1 \geqslant 0$$

故

$$\Delta H_{L\cdot k} = \frac{J_k}{2}\sqrt{L_2^2 + 8\frac{J_k}{J_0 - J_k}L_1^2(\Phi_1 + \Phi_2) + 2\frac{J_k}{J_0 - J_k}\frac{1}{J_k}\frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1}}{B\gamma_s'}} - \frac{J_k L_2}{2} - \Delta Z_1 \tag{99}$$

可见要保持明显三角洲外形，水位下降应满足：

$$\Delta H_L \leqslant \frac{J_k}{2}\sqrt{L_2^2 + 8\frac{J_k}{J_0 - J_k}L_1^2(\Phi_1 + \Phi_2) + 2\frac{J_k}{J_0 - J_k}\frac{1}{J_k}\frac{\lambda_\triangle W_{s\cdot 1}}{B\gamma_s'}} - \frac{J_k L_2}{2} - \Delta Z_1$$

$$= \Delta H_{L\cdot k} \tag{100}$$

考虑到水库水位上升与下降的两方面的限制条件，维持三角洲外形的年内水位总变幅应满足：

$$\Delta H \leqslant \Delta H_{u\cdot k} + \Delta H_{L\cdot k} \tag{101}$$

为此，综合起来三角洲形成的条件，就是式(79)与(101)式同时满足。

罗敏逊曾根据官厅水库资料(相当于1957年洲面条件)进行过验证计算。有关数据为①：$J_0 = 14‰$，$J_k = 4.8‰$，年来沙量(1956及1957两年平均)$6810\times10^4 t$，，汛期平均坝前水位475.91$m$，变化幅度4.3$m$，$\lambda_\triangle = 0.7$，$\mu_1 = 0.501$，$\lambda_1 = 0.25$，$h_k = 1m$，$h_B = 1.1m$，三角洲顶点高程474.81$m$，$L_1 = 11.22km$，$\Delta Z_1 = 3.66m$，$L_2 = 2650m$，$B = 1650m$，$m_1 = 0.757$，$m_2 = 0.418$，$\Phi_1 = 0.241$，$\Phi_2 = 1.053$，由此算出$\Delta H_{L\cdot k} = 2.26m$，$\Delta H_{u\cdot k} = 4.53m$，故变幅为6.79$m$。可见允许水位变幅6.79$m$大于实际水位变幅4.30$m$，因而水库能维持明显三角洲的外形，这个例子也说明水库水位下降破坏三角洲较之上升要强烈，这完全与已有的经验是一致的。如只考虑下降幅度，则官厅水库实际为2.2$m$，与临界值2.26$m$已很接近，但仍未超过。

① 罗敏逊。水库淤积三角洲及其计算方法。长江水利水电科学研究院，1977.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

## 参 考 文 献

1 水利水电科学院河渠研究所. 水库淤积问题研究. 北京：水利电力出版社，1960
2 张　威. 水库三角洲淤积及其近似计算. 人民长江，1964，(2)
3 韩其为. 悬移质不平衡输沙的研究. 见：第一次河流泥沙国际学术讨论会论文集. 北京：光华出版社，1980. 793～802
4 武汉水利电力学院河流泥沙工程学教研究室编著. 河流泥沙工程学(下册). 北京：水利出版社，1982

# DELTA DEPOSITION IN RESERVOIR( Ⅱ )*

Han　Qiwei
(*China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing* 100044)

### Abstract

There exist three typical profiles of sediment deposition in reservoir, among which delta profile is the most general one. Based on the nonequilibrium transportation equation, it is verified in theory that the delta formation is the tendency of reservoir sedimentation. A general mathematical model of reservoir sedimentation and river fluvial established by the author is used to simulate the entire process of the formation and development of delta, thus its characteristics and mechanism involved are clearly exposed. A series of theoretical results are presented, including: 1. deposit percentage of delta, which is dependent on the grade curve of suspended load during sedimentation; 2. equations of gradient and longitudinal profile of top-slope of delta. The former belongs to the second order polynomial and the later to the third order polynomial, both of which are concave-up curves, meaning that the curve slope is decreased along the flow direction and the top-slope of delta is not a linear curve as shown in some previous papers; 3. expressions of water level upon the delta top-slope and the slope of water level, which are also third order and the seceond order polynomials respectively and the concave-up curves as well. But the decreasing of water level is smaller than that of the delta bed and the water depth is increased along the flow direction; 4. expression of the length of the front slope, the end of which is the location where the deposit percentage is just equal to that of the delta; 5. deposit percentage of the top-slope, which is derived from the calculation of profile; 6. variation of size distribution of suspended load at each section of the delta and the grade curves of deposit at the front and top-slope respectively.

All these theoretical results are verified by the measured data at Guanting Reservoir, a typical depositional deltaic one, showing a satisfactory agreement.

**Key Words**　Deposit delta in the reservoir, deposit distribution along river course, longitudinal profile of top-slope, suspended load, front-slope

* "Delta Deposition in Reservoir( Ⅰ )" was published in *Journal of Lake Sciences*, 7(2): 107～118.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net